

<p>SESSIONE C COMPONENTI MECCANICI</p>
--

**SVILUPPO E VERIFICA SPERIMENTALE DI UNA METODOLOGIA
PER SIMULAZIONE DELLA RIGIDEZZA DI SISTEMI MECCANICI
COSTITUITI DA ELEMENTI ELASTICI E CORPI VOLVENTI**

C. Braccesi, L. Landi

*Dipartimento di Ingegneria Industriale, Università degli Studi di Perugia,
Via G. Duranti 1 - 06125 Perugia, e-mail:l.landi@unipg.it*

SOMMARIO

Il presente lavoro si inserisce in una attività di ricerca che il Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università di Perugia sta conducendo in collaborazione con la Umbra Cuscinetti S.p.A. di Foligno nell'ambito della progettazione e simulazione di sistemi meccanici dotati di componenti volventi ed elastici. Questi sistemi costituiscono spesso il supporto di parti importanti per la movimentazione di molte macchine utensili, ad esempio le viti a ricircolo di sfere, da cui dipendono caratteristiche statiche e dinamiche delle macchine utensili (precisione di lavorazione e frequenze di risonanza).

Le metodologie ed i software esistenti presso le case costruttrici di questi sistemi risultano avere un campo di utilizzo limitato, prevedendo soltanto alcuni tipi di montaggio, non sono inoltre in grado di fornire al progettista tutte le informazioni necessarie alla corretta simulazione-progettazione degli assiemi.

E' stata quindi sviluppata una metodologia di simulazione che prevede la trattazione secondo la analisi agli elementi finiti (FEA) di blocchi caratteristici a rigidzze concentrate (cuscinetti, molle, distanziali) ottenuti attraverso la formulazione dell'elasticità lineare e la teoria hertziana per i cuscinetti di rotolamento.

Nella memoria verrà presentata la metodologia sviluppata attraverso l'esempio di un montaggio per una chiocciola monoblocco. Verrà inoltre descritta l'apparecchiatura di prova, attualmente in fase di assemblaggio, che permetterà la validazione sperimentale dei risultati ottenuti.

1. INTRODUZIONE

Durante la progettazione delle movimentazioni delle macchine utensili e dei loro componenti specifici risulta importante simulare preventivamente il comportamento della rigidità delle varie parti. Per i componenti meccanici costituiti essenzialmente da pacchi di cuscinetti, molle e distanziali risulta importante prevedere la rigidità assiale degli stessi in funzione delle tolleranze di lavorazione delle parti, delle caratteristiche elastiche dei componenti e del montaggio [1-3].

D'altra parte non esistono in commercio programmi utilizzabili in fase di progettazione quando si debba prevedere il comportamento di assiemi costituiti da componenti provenienti da costruttori diversi e che prevedano la simulazione di parti secondarie quali le molle di precarico dei cuscinetti ed i distanziali.

L'esigenza industriale è quindi quella di sviluppare un programma di simulazione flessibile che permetta:

- inserimento delle curve caratteristiche di rigidità di un qualsiasi cuscinetto attraverso la creazione di una banca dati facilmente aggiornabile;
- simulazione di un montaggio qualsiasi che tenga conto del contributo della rigidità dovuto alle parti solitamente ritenute "secondarie" come anelli elastici e distanziali;
- calcolo automatico di parametri utili al montaggio dei reali assiemi quali la lunghezza dei distanziali di precarico in funzione della deformazione di tutti i componenti dell'assieme stesso.
- calcolo automatico delle coppie di attrito previste.

2. METODO SVILUPPATO

Per spiegare il funzionamento principale della metodologia sviluppata utilizzeremo un esempio relativo alla struttura necessaria per il sostentamento di una chiocciola monoblocco prodotta dall'Umbra Cuscinetti mostrata in figura 1.

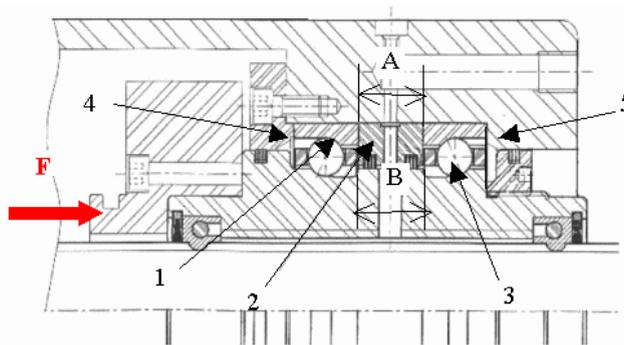


Fig. 1 Struttura di sostegno di una chiocciola monoblocco

Essa è costituita essenzialmente da due cuscinetti (elementi 1 e 3) che vengono precaricati attraverso l'interposizione di un distanziale (2) avente un lunghezza (A) maggiore di quella corrispondente sull'anello interno (B) che determina il cosiddetto *salto facciale* necessario al precarico. Per la simulazione è necessario, in generale, inserire anche la rigidità relativa al collegamento con il resto della struttura (4-5).

La metodologia di simulazione è effettuata attraverso la costruzione di due strutture dati principali che interagiranno durante la fase di simulazione stessa:

1. blocchi costitutivi dei componenti (*blocchi componente*, nell'esempio sono 5 come visto), sono sviluppati attraverso la formulazione dell'elasticità lineare e della teoria hertziana per i cuscinetti di rotolamento.
2. analisi agli elementi finiti (*routine di simulazione*), permette al progettista di simulare la rigidità assiale di un qualsiasi componente a partire dai blocchi componente assemblati tramite due differenti matrici di struttura del componente stesso.

Nei paragrafi seguenti verranno brevemente illustrate le caratteristiche principali delle due strutture dati e le loro proprietà.

2.1 Blocchi componente

I blocchi componente sono sviluppabili a partire dalle informazioni geometriche e dei materiali costitutivi del componente in esame. Essi sono facilmente creabili a seconda delle tre tipologie individuate per i montaggi di interesse: *cuscinetto*, *distanziale* o *molla* che si vuole simulare [4].

La creazione di librerie apposite gestibili dal progettista risulta semplice quando si conoscono tutte le specifiche del componente stesso; le *librerie* quindi si prestano ad essere facilmente personalizzate per venire in contro alle variate esigenze del progettista.

Il blocco componente che più si presta per l'esemplificazione della fase di sviluppo è quello relativo al componente cuscinetto.

Supponiamo di avere un cuscinetto avente un angolo di contatto di progetto α_0 e Z sfere sottoposto ad una forza assiale F_a : la forza di contatto agente fra le piste Q_0 risulta essere [5]:

$$Q_0 = \frac{F_a}{Z \sin \alpha} \quad (1)$$

Per la deformazione normale (d_n , *accostamento*) alla superficie di contatto, si considerino due corpi alla volta (ovvero la deformazione totale sarà la somma della deformazione tra la pista interna ed il corpo volvente e tra la pista esterna e il corpo volvente). Dalla teoria hertziana del contatto abbiamo:

$$d_n = \frac{2K(e)}{p m_a} \sqrt[3]{\frac{1}{8} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{1-n_1^2}{E_1} + \frac{1-n_2^2}{E_2} \right) \right]^2 Q_0^2 \Sigma r} \quad (2)$$

dove:

$K(e)$ = integrale ellittico funzione della eccentricità dell'ellisse di contatto che si può trovare tabulato

m_a = lunghezza dell'asse maggiore dell'ellisse di contatto

ν_i = moduli di Poisson dei corpi in contatto

E_i = moduli di Young dei corpi in contatto

Σr = sommatoria dei raggi di curvatura dei profili considerati

I dati geometrici principali necessari per una corretta simulazione sono: l'angolo iniziale di contatto, la conformità $f_i = r_i/D$, rapporto fra il raggio di curvatura della pista, considerata perpendicolarmente al moto e il diametro dell'elemento volvente e la distanza (GD) fra i centri di curvatura delle piste dopo l'accostamento.

Si riesce inoltre a considerare la variazione dell'angolo di contatto (α) in funzione della traslazione relativa fra gli anelli e quindi la variazione di Q_0 in funzione della deformazione (si veda la figura 2 e l'equazione 3).

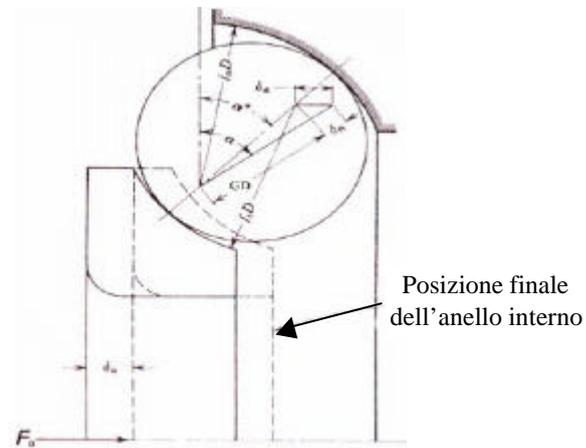


Fig. 2 Caratteristiche geometriche di un cuscinetto obliquo

$$\alpha = \arcsin \left[\frac{\cos \alpha_0}{\frac{d_n}{GD} + 1} \right] \quad (3)$$

Per il cuscinetto, conosciuti i dati relativi ai materiali delle piste e delle sfere (i corpi volventi possono essere anche ceramici) si riescono a ricavare le curve caratteristiche forza-deformazione (F_a, d_n) di cuscinetti commerciali come quello FAG con angolo di contatto iniziale di 25° riportati in figura 3.

Le stesse routine possono anche essere sfruttate, in fase di assemblaggio dei componenti stessi del cuscinetto, per valutare l'influenza dei parametri geometrici sulla cedevolezza del cuscinetto stesso. In figura 4 viene presentato il grafico della cedevolezza del cuscinetto precedente in funzione della conformità del cuscinetto. Tale parametro, che può variare in modo cospicuo anche per una piccola imperfezione della curvatura delle piste e delle sfere, si è dimostrato essere quello maggiormente influente sulle caratteristiche di deformazione del cuscinetto stesso. Si vuole far notare che, nel calcolo, non sono stati presi in considerazione l'effetto di forze centrifughe, effetti giroscopici ed angolo di tilt, poiché i primi due effetti sono trascurabili per cuscinetti di piccole dimensioni e l'ultimo è difficilmente computabile in fase di progetto e riscontrabile soltanto con prove sperimentali sui singoli componenti costruiti.

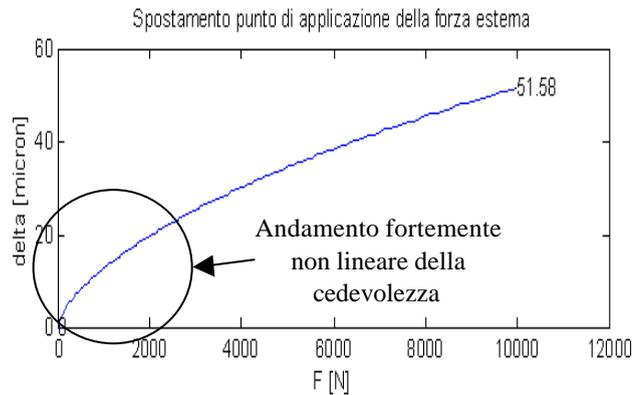


Fig. 3 Grafico caratteristico (F_a, d_n) per un cuscinetto

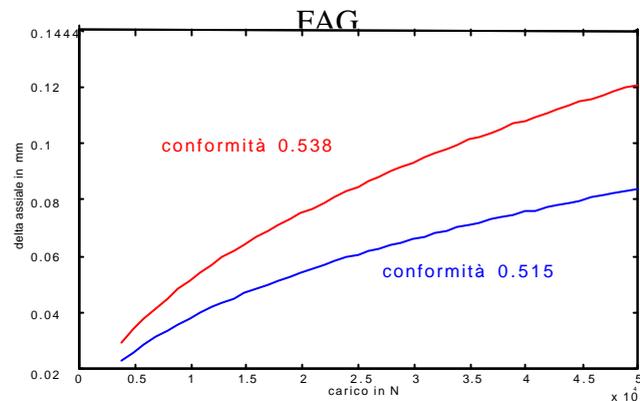


Fig. 4 Variazione della cedevolezza di un cuscinetto commerciale in funzione della conformità

2.2 Routine di simulazione

La simulazione del componente in studio viene effettuata tramite una sequenza di routine specifiche che implementano un metodo FEA che permette di determinare, fra gli altri, gli spostamenti nodali e le forze agenti sui singoli blocchi componente [6].

La simulazione stessa viene effettuata attraverso 5 successive fasi che permettono la corretta analisi delle rigidità in gioco e di tutte le altre grandezze importanti per il progettista (si veda figura 5):

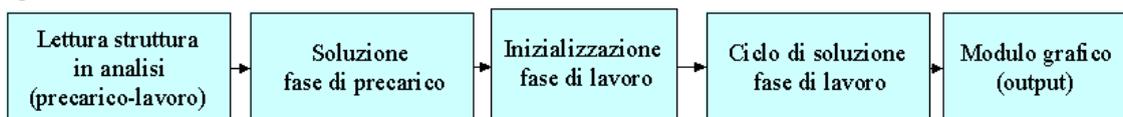


Fig. 5 Fasi principali delle routine di simulazione

All'inizio dell'analisi vengono lette, da file appositamente predisposti, le strutture a parametri concentrati relative alla fase di precarico e di lavoro. Le due strutture sono spesso diverse e, durante il precarico, deve essere considerata soltanto una parte della struttura finale stessa (quella contenente i cuscinetti e gli elementi atti ad imporre il precarico come molle o distanziali). Si consideri nuovamente la figura 1. Gli elementi 1-2-3 (cuscinetto-distanziale di precarico-cuscinetto) rappresentano la struttura di precarico (schematizzabili semplicemente tramite tre molle in serie), mentre, durante la fase di lavoro, si tiene conto anche degli elementi 4-5 (in generale non è detto che tali rigidità siano trascurabili). Durante la fase di lavoro inoltre la struttura da considerare varia in funzione della direzione della forza esterna; nel caso in una forza esterna F sull'albero come quella della figura 1 l'elemento 4 risulta rimanere non sollecitato mentre il cuscinetto 3 si scarica all'aumentare della forza esterna. La struttura risultante risulta essere quella di figura 6 (nel caso di forza di verso opposto si ottiene un struttura simile).

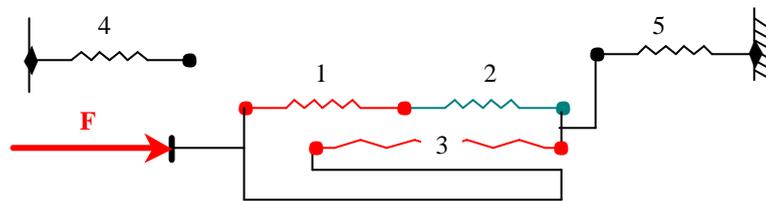


Fig. 6 Struttura agli elementi finiti per la fase di lavoro

Dopo la lettura della struttura di precarico il progettista impone il precarico voluto ed il programma risolve la struttura stessa, ovvero determina le forze agenti sui singoli blocchi componente e, da queste, va a calcolare le loro relative deformazioni. Vengono inoltre calcolati i salti facciali da imporre ai distanziali per ottenere il precarico (blocco 2).

Poiché il FEA utilizzato si basa sulla conoscenza della matrice delle rigidità, la fase di precarico è fondamentale per individuare il valore "iniziale" della rigidità dei componenti elastici fortemente non lineari quali cuscinetti. La fase di lavoro infatti, a causa del comportamento non lineare, non potrà essere risolta con una sola interazione ma in passi ($Nstep$) successivi imponendo dei DF piccoli tali che la struttura possa essere considerata lineare in ogni piccolo intervallo considerato (i.e. la rigidità delle molle sia pressoché costante in ogni tratto considerato) e tali che: $F = Nstep \times DF$.

In figura 7 viene schematicamente presentato il ciclo implementato per la risoluzione della fase di lavoro. E' chiaro che, durante le $Nstep$ iterazioni necessarie, sono memorizzate tutte le grandezze necessarie per la corretta risoluzione del problema quali: forze residue sugli elementi e spostamenti cumulati assoluti e relativi dei vari nodi.

Si capisce che risulta essere fondamentale la suddivisione della forza F in un numero di intervalli DF che sia, da un lato, abbastanza grande per poter evitare errori dovuti al calcolo a tratti della rigidezza degli elementi, dall'altro, non troppo grande per non avere tempi di calcolo eccessivi.

Il problema principale risiede nei cuscinetti; il valore della loro rigidezza varia anche di due ordini di grandezza passando da esigui valori della forza esterna a valori elevati della stessa in cui la caratteristica del componente risulta essere praticamente lineare. Il comportamento appena esposto risulta evidente in figura 8 dove viene presentata la caratteristica calcolata per un cuscinetto commerciale a partire da precarico nullo per una forza $F=10000N$ in funzione del numero di passi crescenti di calcolo

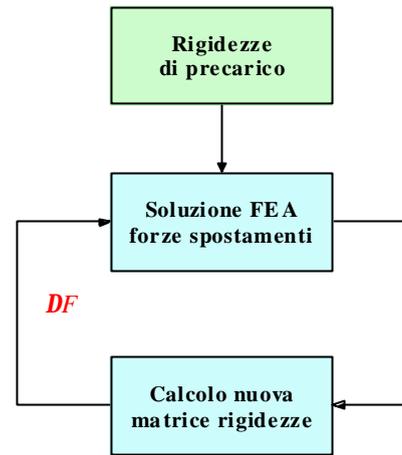


Fig. 7 Ciclo implementato per la fase di lavoro

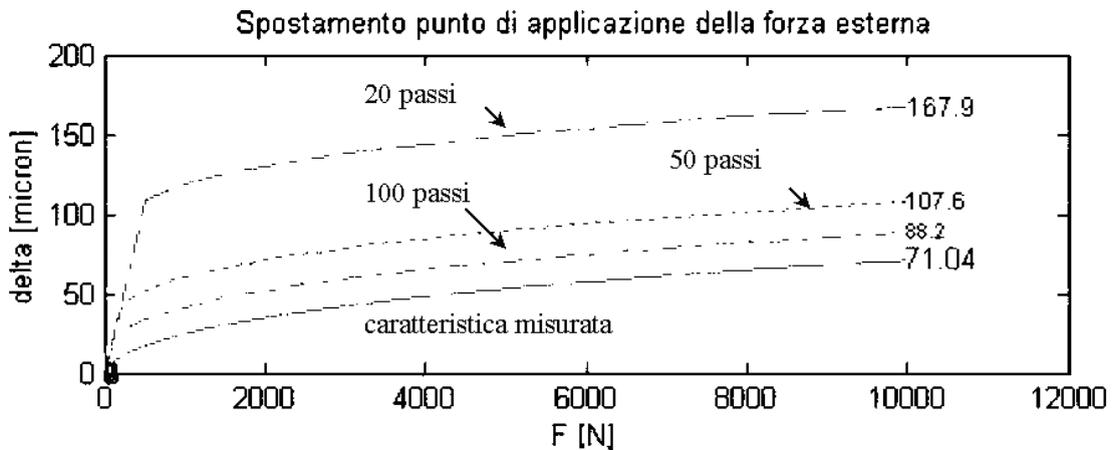


Fig. 8 Caratteristica calcolata per un cuscinetto singolo in funzione dei passi di suddivisione ΔF

Come si può notare l'errore cumulativo viene effettuato prevalentemente nelle prime iterazioni della fase di calcolo mentre, per elevati carichi del cuscinetto, le varie curve risultano essere quasi parallele.

L'idea di ottimizzazione scaturita da queste considerazioni è la seguente: utilizzare passi variabili a seconda della zona di lavoro in cui si implementa il ciclo: ΔF piccoli nella zona iniziale di e molto maggiori nella zona seguente al ginocchio per velocizzare al massimo la fase iterativa del metodo FEA.

Siano ΔF_1 , ΔF_{nstep} le ampiezze del primo e dell'ultimo passo in cui viene diviso l'intervallo F , viene introdotta una costante di spaziatura (Sp) che descrive il rapporto fra le ampiezze ΔF_1 , ΔF_{nstep} :

$$\frac{\Delta F_{nstep}}{\Delta F_1} = Sp \quad (4)$$

si ha che:

$$\sum_i \Delta F_i = F \quad (5)$$

e si impone inoltre una relazione di incremento degli intervalli ΔF_i secondo una costante a per cui valga:

$$\Delta F_i = a^{(i-1)} \Delta F_1 \quad (6)$$

Dalle (4) e (6) si può ricavare a dati $Nstep$ e Sp

$$a = Sp^{\frac{1}{(Nstep-1)}} \quad (6)$$

E quindi ottenere, tramite la definizione (5), ΔF_1 e di conseguenza tutti i ΔF_i :

$$\Delta F_1 = \frac{F}{1 + a + \dots + a^{(n-1)}} \quad (7)$$

I risultati ottenuti imponendo $Sp > 1$ con $Nstep$ fissato sono molto buoni anche per un campo F ampio come si nota in figura 9.

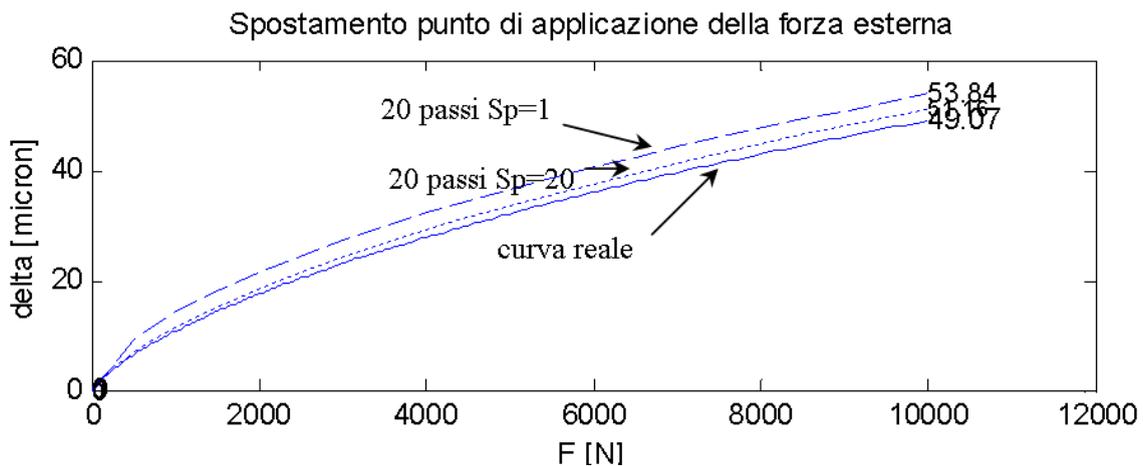


Fig. 9 Caratteristica calcolata per un cuscinetto singolo in funzione della spaziatura

Da una ulteriore analisi si deduce che vi è un limite superiore alla spaziatura Sp per alcuni casi particolari di carico esterno elevato e basso precarico dei cuscinetti. Per ovviare a questo inconveniente è stato inserito all'interno della routine che implementa la suddivisione in passi, un semplice algoritmo che, a seconda del precarico impostato e della forza esterna, ottimizza la spaziatura ed il numero di passi necessari alla corretta soluzione del problema.

Alla fine della fase di calcolo il controllo dell'esecuzione viene passata ad un semplice modulo grafico, appositamente predisposto utilizzando i comandi propri di Matlab R12, che gestisce i formati grafici delle curve caratteristiche e di tutti i risultati necessari. In questa fase possono essere visualizzate le curve caratteristiche di un qualsiasi nodo od elemento della struttura e possono anche essere ricalcolati i grafici utilizzando spaziature e numero di passi diversi da quelli automatici senza dover inserire nuovamente tutti i dati relativi alle strutture.

Inoltre, nel caso in cui durante la fase di carico, uno dei cuscinetti giungesse ad avere una forza di precarico nulla, il progettista viene avvertito con le indicazioni relative al valore della forza esterna che annulla il precarico del cuscinetto.

In figura 10 vengono presentati i risultati relativi alla struttura di figura 5: il grafico dello spostamento del punto di applicazione della forza esterna di 20000N (blu in alto, rappresentativo della rigidità assiale del sistema) e i due grafici relativi ai singoli cuscinetti in rosso l'elemento 1 e in verde l'elemento 3, il cui precarico si annulla per una forza esterna pari a 4569N. Da questo punto il comportamento dell'intera struttura cambia, essendo nulla la coazione fra i cuscinetti, tale evenienza risulta evidente nel grafico relativo allo spostamento del punto di applicazione della forza esterna.

Dai risultati si ottiene che il precarico imposto di 1494 N, tipico per i cuscinetti utilizzati, potrà essere ottenuto con un salto facciale imposto al distanziale 2 pari a 32,8 micron.

Questi grafici risultano essere efficaci per valutazione della struttura in funzione di differenti soluzioni progettuali prospettate quali: variazioni della forza di precarico, distanziali più o meno rigidi, strutture con cuscinetti differenti.

In figura 11 viene riportato il grafico relativo allo spostamento del punto di applicazione della forza esterna (imposta pari a 5000N) in funzione della rigidità del distanziale 2. Se la rigidità del distanziale è paragonabile a quella dei cuscinetti nelle condizioni di lavoro (1E5 N/mm come ordine di grandezza), l'influenza del distanziale sulle caratteristiche del sistema diviene ingente specialmente dopo che il precarico sul cuscinetto 3 è stato annullato. In questo caso gli elementi 1 e 2 risultano essere semplicemente in serie tra di loro e, quindi, più il distanziale è cedevole e più il comportamento del sistema risulta essere discontinuo.

Prove analoghe possono essere effettuate variando i dati geometrici dei cuscinetti stessi quali la conformità delle piste (che può variare con l'usura del cuscinetto stesso o a causa di difetti di produzione).

I risultati ottenuti sono stati validati tramite calcoli teorici e con i programmi commerciali forniti dalle ditte che producono i cuscinetti (ove possibile, per i succitati limiti inerenti i programmi esistenti sul mercato) ed hanno portato un evidente rispondenza con il modello sviluppato.

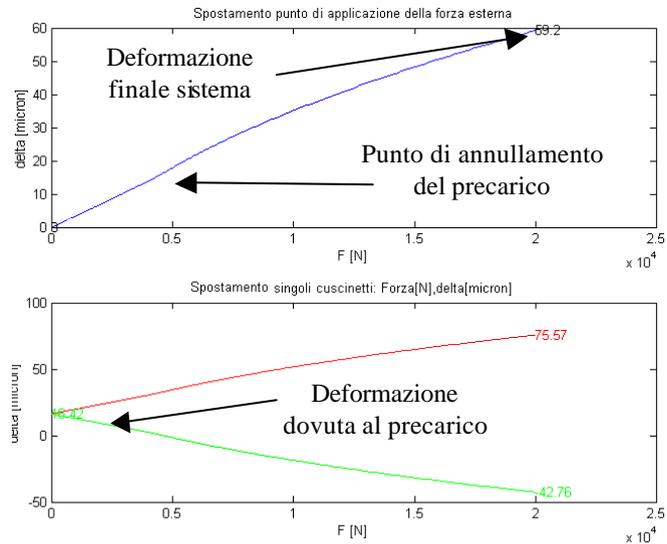


Fig. 10 Risultati relativi alla struttura di figura 5



Fig. 11 Comportamento della struttura in funzione della rigidità del distanziale 2

Per una convalida sperimentale dei risultati è attualmente in fase di montaggio un banco prova, che permetterà di indagare ulteriormente il problema. Il banco progettato permette, tra l'altro, la misura della rigidità assiale e dell'attrito di un qualsiasi cuscinetto singolo o di interi componenti montati come quello presentato precedentemente.

⑥ figura 12 viene riportata la rappresentazione schematica del banco; il componente da misurare risulta essere montato con gioco sull'albero di supporto del banco appoggiato su di un collegamento di precisione. Il carico al componente viene regolato attraverso un dado di precarico la cui risoluzione viene amplificata attraverso una serie di molle a tazza opportunamente dimensionate. Un cuscinetto assiale orientabile ha la funzione di permettere il serraggio del dado senza trasferire coppia alla cella di carico e di recuperare gli eventuali disassamenti avvenuti durante il montaggio del banco stesso. Il carico imposto viene trasferito, attraverso un distanziale che varia in funzione della misura al componente, al componente in misura. Lo spostamento relativo delle varie parti del componente da misurare viene infine rilevato da una coppia di LVDT solidali al collegamento di precisione. Essi sono anche in grado di evidenziare, tramite la rilevazione differenziale dello spostamento misurato, un eventuale angolo di tilt fra la parte fissa e mobile del componente stesso [5].

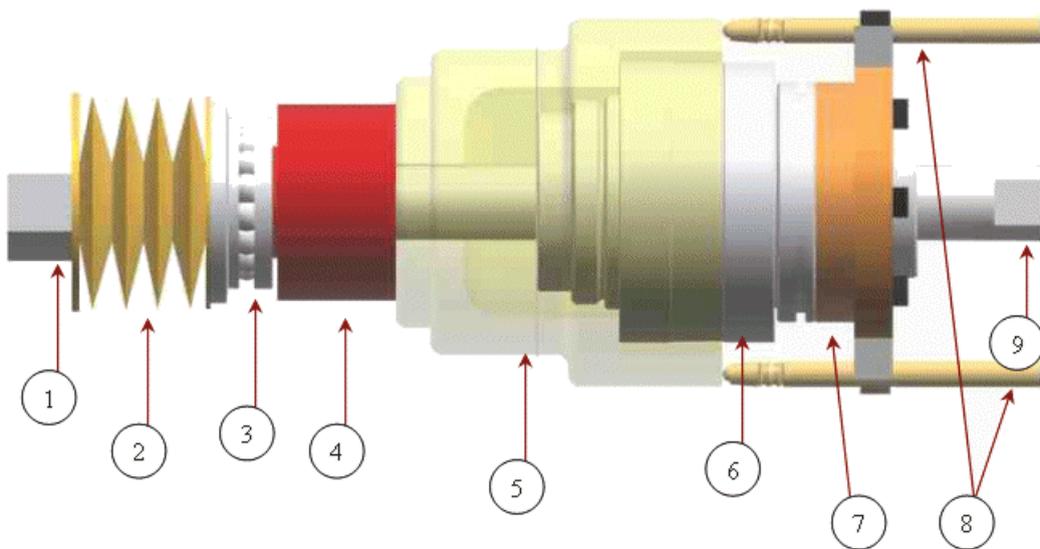


Fig. 12 Schema costruttivo del banco prova in fase di montaggio

In particolare si effettuerà una campagna di prove atta alla misurazione delle forze d'attrito dei cuscinetti singoli e dei componenti assemblati. La determinazione delle forze di attrito, spesso calcolate utilizzando teorie più o meno complesse come in [7], dipende infatti da una serie di coefficienti sperimentali [8-9] che sono difficilmente reperibili. Si capisce quindi che, nell'ottica di fornire uno strumento progettuale più completo, l'estensione delle potenzialità della metodologia al calcolo preventivo dell'attrito risultante per i componenti utilizzerà i risultati ottenuti dalle prove.

CONCLUSIONI

Nella presente memoria è stata presentata una metodologia per lo studio e l'ottimizzazione progettuale della rigidità di sistemi meccanici costituiti da elementi elastici e corpi volventi. È stata sviluppata una metodologia di simulazione che prevede la trattazione, secondo un metodo agli elementi finiti, di blocchi caratteristici a rigidità concentrate ottenuti attraverso la formulazione dell'elasticità ed alla teoria hertziana per i cuscinetti di rotolamento.

Le routine implementate, in accordo con la teoria sviluppata, si sono dimostrate pienamente rispondenti alle esigenze progettuali industriali ed in particolare si è rilevato:

- elevata flessibilità del metodo, è possibile definire in breve tempo curve caratteristiche anche non lineari di elementi elastici o di cuscinetti tramite i suoi parametri elastici e geometrici caratteristici;
- possibilità di simulare i montaggi più disparati tenendo conto anche dei contributi della rigidità dovuto alle parti solitamente ritenute "secondarie" come anelli elastici e distanziali;
- calcolo automatico di parametri utili al montaggio dei reali assiemi quali la lunghezza dei distanziali di precarico in funzione della reale deformazione di tutti i componenti dell'assieme stesso;
- i risultati sono presentati attraverso dati e grafici per essere più facilmente comprensibili per il progettista.

I risultati ottenuti per alcune configurazioni di prova sono stati comparati con quelli teorici e con quelli, spesso incompleti, forniti da alcuni programmi di calcolo commerciali, e sono risultati essere in ottimo accordo con entrambi.

È attualmente in fase di montaggio un banco prova appositamente studiato che permetterà inoltre un'ulteriore approfondimento del problema in special modo per quanto riguarda la determinazione delle coppie di attrito dei componenti stessi.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Koenigsberger F., Tlustý J., *"Machine Tool Structures" - Volume I*, Pergamon Press, Oxford.
- [2] Niemann G., *"Elementi di Macchine I"* –Vol. II, - Edizioni di Scienza e Tecnica, Milano, 1983.
- [3] Landi L., *"Studio ed Ottimizzazione di una fresatrice ad alta velocità"* , Macchine Utensili, Anno XXII No.4, Aprile 2001.
- [4] Juvinall R.C., Marshek, *"Fondamenti della progettazione dei componenti delle macchine"*, Edizioni ETS, Firenze 1993
- [5] Wan Changsen, *"Analysis of rolling Element Bearings"*, Mechanical Engineering Publications LTD; London, 1991.
- [6] Young W. Kwon, Hyochoong Bang, *The Finite Element Method using MATLAB*, CRC Press.
- [7] A.Palmgren., *"Ball and Roller Bearing Engineering, 3rd edition"* , Burnbank, Philadelphia, p 49-51
- [8] Fag, *"Cuscinetti di alta precisione - Super Precision Bearings"*
- [9] Catalogo interattivo cuscinetti Skf – www.skf.it