# SESSIONE A VEICOLI

### SVILUPPO E VERIFICA SPERIMENTALE DI UNA PROCEDURA DI VALUTAZIONE VIRTUALE DELLO STATO DI SOLLECITAZIONE DI COMPONENTI MECCANICI IN CAMPO AUTOMOBILISTICO

C. Braccesi, F. Cianetti

Dipartimento di Ingegneria Industriale, Università degli Studi di Perugia, Via G. Duranti,1 - 06125 Perugia, e-mail: cianfi@unipg.it

# SOMMARIO

La presente memoria si inserisce nell'attività di ricerca del Gruppo di Progettazione e Costruzione di Macchine dell'Università di Perugia tesa a mettere a punto e sviluppare criteri e metodi di modellazione dinamica per la simulazione di sistemi meccanici con componenti dotati di flessibilità.

L'attività è finalizzata alla progettazione di sistemi mediante prototipazione virtuale, spingendo il livello della simulazione fino a considerare il sistema nelle condizioni reali di funzionamento; si possono così estrarre informazioni realistiche e direttamente utilizzabili per il dimensionamento degli organi mediante qualsivoglia criterio di valutazione del danneggiamento a fatica. In particolare, il presente lavoro è stato sviluppato in collaborazione con il Centro Ricerche Elasis S.C.p.a. e riguarda la messa a punto dei metodi e dei criteri di realizzazione del prototipo virtuale di un veicolo, al fine di simulare le condizioni di delibera sperimentale al banco. Questo aspetto della prototipazione virtuale riveste grande importanza. Le prove di delibera del veicolo, infatti, sono standardizzate ed i risultati ottenibili costituiscono una delle fonti principali di informazione per lo sviluppo prodotto sulla base di prototipi fisici. Interesse dell'industria è quello di ridurre il più possibile le prove su prototipo, sviluppando metodi di prototipazione virtuale di sufficiente predittività.

I risultati ottenuti mostrano l'ottima corrispondenza dei risultati delle simulazioni con quelli ottenuti sperimentalmente ed hanno permesso di veri-ficare che la ricostruzione dell'andamento temporale delle tensioni in punti critici della scocca è non solo fattibile, ma conduce a valutazioni quanti-tative idonee al successivo utilizzo di metodi di valutazione del danno.

## 1. INTRODUZIONE

Il presente lavoro si inserisce in un'attività di ricerca che il Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università degli Studi di Perugia sta conducendo, ormai da alcuni anni, nell'ambito della modellazione e simulazione dinamica di sistemi meccanici dotati di componenti caratterizzati da flessibilità distribuita. Questa attività, dopo aver analizzato in maniera dettagliata quelli che sono gli aspetti di base della modellazione mediante sintesi modale di componenti flessibili [1], si è indirizzata ad obiettivi di carattere più metodologico. In particolare, si è rivolta l'attenzione alla modellazione di componenti flessibili all'interno di modelli dinamici di tipo multibody al fine sia di considerare compiutamente il loro contributo statico e dinamico al comportamento globale del sistema sia di consentire la corretta valutazione del loro stato tensionale e deformativo necessaria per successive valutazioni di danneggiamento a fatica [2, 3]; tutto ciò sempre nell'ambito di processi di prototipazione virtuale.

In quest'ambito si è stabilità una proficua collaborazione, sancita da una convenzione di ricerca, con il centro ricerche *Elasis* e sviluppata, in particolare, con il gruppo "Autotelaio Dinamica del Veicolo".

Obiettivo specifico del presente lavoro è stato lo sviluppo di una procedura di ricostruzione dello stato deformativo/tensionale di un generico componente di autoveicolo mediante approccio di tipo modale ed utilizzo di codici commerciali di tipo multicorpo ed agli elementi finiti nonché di software dedicati alla valutazione numerica del danneggiamento a fatica. Tale procedura è stata validata sperimentalmente mediante una campagna di prove condotta presso i laboratori del centro ricerche di Pomigliano d'Arco ed utilizzando strumenti di elaborazione sviluppati dagli autori.

# 2. INDIVIDUAZIONE SCENARIO DI ATTIVITA'

Oggetto dell'attività di ricerca è stato il modello di veicolo di produzione *FIAT* denominato *Punto* (modello a 5 porte) (fig.1) ed in particolare si è focalizzata l'attenzione sul componente scocca.

Si è proceduto inizialmente a definire lo scenario di prova attraverso il quale poter sviluppare il modello numerico e verificare la procedura di ricostruzione dello stato di sollecitazione, anche alla luce delle disponibilità del reparto prove sperimentali *Elasis*. Come apparato di prova si è individuato il banco denominato "banco quadriassiale doppio (langhe 1-2)" (fig.1). Questo

banco è dedicato all'effettuazione delle prove di delibera e qualificazione dei fissaggi e dei componenti della sospensione di un veicolo completo. Nella configurazione di prova stabilita il veicolo è vincolato al banco bloccando direttamente la scocca mediante appositi fissaggi posizionati sui longheroni inferiori in prossimità delle aperture degli sportelli e sul paraurti posteriore (fig.3). L'eccitazione viene fornita, quindi, solo posteriormente mediante martinetti idraulici



Fig.1 Configurazione di prova al banco

applicati ai centri ruota, generando input verticali in controllo di deformazione ed input longitudinali e laterali in controllo di forza, tutti con andamento sinusoidale, ed utilizzando varie ampiezze e frequenze di eccitazione.

#### 3. MODELLAZIONE DEL VEICOLO

La modellazione dinamica ha coinvolto sia la modellazione multicorpo del veicolo, realizzata con il software commerciale MSC Adams/Car, sia la modellazione modale della scocca utilizzando la *Mode Component Synthesis* [4-6] secondo l'approccio di Craig e Bampton [5] e realizzata con il software commerciale MSC Nastran.

La generazione del modello modale ha evidenziato tutta una serie di problematiche ed aspetti metodologici di carattere del tutto generale connesse all'attuale utilizzo di modelli FEA di scocca provenienti da ambienti di ricerca con diverse finalità da quelle evidenziate precedentemente. La successiva fase ha interessato lo sviluppo del modello multicorpo, caratterizzato dalla presenza del modello modale della scocca e del ponte torcente; si è realizzato un approfondito confronto numerico/sperimentale con i risultati delle prove condotte al banco. Tale attività di confronto ha consentito di validare le condizioni di vincolo esterno e di meglio definire tutta una serie di parametri strutturali associati ai componenti del veicolo.

## 3.1 Modellazione del componente flessibile mediante approccio modale

Conformemente a quello che è l'approccio dei principali codici multibody all'analisi del moto dei sistemi, l'introduzione di corpi con proprietà elastiche avviene integrando un sistema di equazioni del moto espresse nella forma di Eulero-Lagrange [4]. L'approccio seguito per descrivere il corpo flessibile è quello modale. Le deformazioni vengono stimate mediante una funzione di spostamenti u ottenuta moltiplicando la funzione di forma F con le coordinate generalizzate q [1, 4-6]. Al fine di ottenere contemporaneamente una buona modellazione sia del comportamento statico che di quello dinamico si è utilizzato un criterio di sintesi modale (*Mode Component Synthesis* [4-6]) basato sull'approccio di Craig e Bampton [5]. La trasformazione modale caratteristica di tale modello è descritta dalla (1), in cui le coordinate fisiche, stimate mediante una funzione di spostamenti questa volta discreta u, sono ottenute moltiplicando una particolare matrice modale  $\overline{F}$  con un vettore p che rappresenta il nuovo sistema di coordinate generalizzate; si indicano con I i gradi di libertà dei punti interni e con B quelli di confine. La matrice  $F^{\ C}$  rappresenta i *modi di vincolo* e la matrice  $F^{\ N}$  quella dei *modi normali*. Di quest'ultima si considera solo un sistema troncato.

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}^{B} \\ \boldsymbol{u}^{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{F}^{C} & \boldsymbol{F}^{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}^{B} \\ \boldsymbol{p}^{I} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\overline{F}} \cdot \boldsymbol{p}$$
(1)

Per una più semplice gestione del corpo flessibile, rispetto al metodo originale di C&B, nei codici di simulazione multibody si realizza una ortonormalizzazione del sistema ridotto (2). Rimane, così, valida la (1), nella quale la matrice modale in termini di spostamenti è rappresentata dalla  $\tilde{F}$ , e r è il nuovo sistema di coordinate generalizzate.

~.

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{r} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{r} \tag{2}$$

3.1.a Descrizione della realizzazione del modello modale di scocca Il modello agli elementi finiti di scocca, sviluppato nel codice commerciale MSC Nastran è caratterizzato da circa 150.000 nodi e quindi da circa 1 milione di dof. E' un classico modello di scocca sviluppato per la valutazione del comportamento acustico in abitacolo.

Si è proceduto, inizialmente. con l'introduzione delle necessarie modifiche al modello atte a definire i gradi di libertà di confine secondo l'approccio modale descritto precedentemente (fig.2). Al fine di simulare correttamente l'azione di vincolo realizzabile con la configurazione di prova al banco si sono definite le zone di influenza dei fissaggi scocca, modellate come infinitamente rigide in maniera tale da ridistribuire in maniera realistica le azioni di vincolo generabili in corrispondenza dei gradi di libertà di confine (fig.3). Ciò consente la libertà di modellazione massima del comportamento dei fissaggi (realizzati utilizzando anche materiale fibroso), anche di tipo non lineare. demandandola esclusivamente alla fase di modellazione multicorpo del veicolo.

Si è quindi realizzato il modello modale del componente individuando complessivamente 72 gradi di libertà di confine associati a 12 punti di confine (a questi dofs corrispondono i *modi di vincolo*).

Per quanto riguarda i *modi normali* si è verificato come un modello agli elementi finiti di scocca proveniente da un ambito di ricerca di tipo diverso da quello oggetto della presente attività si adatti non perfettamente



Fig.2 Modello FEM della scocca dotato delle modifiche relative ai fissaggi



Fig.3 Particolare del fissaggio scocca in prossimità dell'apertura posteriore sinistra e della sua modellazione FEM



Fig.4 Esempio di modo normale locale

alla procedura di sintesi modale se non previa una serie di interventi sul modello. In effetti il comportamento modale presenta generalmente una serie di modi, che possiamo definire locali (fig.4), a frequenze relativamente basse, che non contribuiscono significativamente alla descrizione del comportamento modale dei gradi di libertà interni del sistema. In questa attività di ricerca sono stati definiti una serie organica di test (analisi modali) ed interventi da effettuare sul modello (sostituzioni di parti di modello con distribuzioni equivalenti di masse) al fine di eliminare tali modi. Il modello così definito è stato sottoposto alla procedura di sintesi modale considerando i primi 20 modi ottenuti dall'analisi modale vincolata del corpo. Il

comportamento del componente scocca viene quindi sintetizzato da soli 92 gradi di libertà (coordinate lagrangiane). Il modello modale è stato verificato mediante una serie di analisi realizzate in ambiente multicorpo e mediante appositi confronti con analoghe analisi FEA. La campagna di test è consistita in analisi modali ed analisi statiche in varie configurazioni. Tutte hanno mostrato sia in termini di frequenze naturali, di deformate modali che di deformate statiche l'elevata confidenza tra la ricostruzione modale e quella FEM del comportamento della scocca con errori percentuali massimi del 2 %. E' da sottolineare come pur essendo la configurazione e le condizioni di prova scelte tali da non coinvolgere sensibilmente la dinamica della scocca si sia comunque definita una procedura di scelta del set di *modi normali* del tutto generale, utile in tutte le situazioni in cui si scelga di coinvolgere la flessibilità di un componente nel modello multicorpo di un sistema meccanico. Nel nostro caso, infatti, il solo contributo dei *modi di vincolo* sarebbe stato sufficiente a modellare correttamente il comportamento flessibile del componente.

# 3.2 Modellazione multicorpo del veicolo

multicorpo modello del veicolo П in configurazione di prova è stato realizzato con il software commerciale Adams/Car. Il modello è caratterizzato dalla presenza del modello modale della scocca e del ponte torcente (fig.5), quest'ultimo fornito direttamente da Elasis. Per una più facile gestione del modello si è operata una riduzione grafica del modello di scocca. Il modello di vettura è stato realizzato considerando ogni componente del veicolo modellato seguendo le informazioni comunicate dai fornitori o provenienti da dedicate analisi sperimentali di tipo standard condotte sui componenti dal produttore della vettura. Si è assemblato il modello del veicolo al modello di banco prova virtuale che analogamente a quanto realizzato sperimentalmente consente di eseguire simulazioni, con eccitazioni applicate al centro ruota dell'asse posteriore, condotte in controllo di forza o spostamento.

#### 4. PROVE SPERIMENTALI AL BANCO

La campagna di prove sperimentali condotta in laboratorio è stata realizzata utilizzando il "banco quadriassiale doppio" (fig.1). Le prove sono riassunte in tabella 1.

Sono tutte prove con andamento sinusoidale condotte a varie frequenze ed ad ampiezza variabile, con ingressi, sia in termini di spostamento che di forza, applicati ai centri



Fig.5 Modello Multibody della vettura (con riduzione grafica della scocca)

Tab.1 - Descrizione della campagna	di
prove sperimentali condotta	

Hz	x (long.)	<b>y</b> (lat.)	z (vert.)
0.05	±2.5 kN	$dx \pm 1.4, 2.4 \ kN$	± 20 mm
		(sx ±2.4,1.4 kN)	± 30 mm
			± 80 mm
1	-	-	± 30 mm
2	-	$dx \pm 1.4, 2.4 \ kN$	± 30 mm
		(sx ±2.4,1.4 kN)	
4	-	-	± 20 mm
			± 30 mm



Fig.6 Posizione trasd. di spostamento

ruota dell'asse posteriore mediante attuatori oleodinamici.

#### 4.1 Strumentazione di misura

I risultati delle prove sperimentali sono stati acquisiti sotto forma di misure di spostamento e forza nelle tre direzioni principali ai centri ruota (fornite direttamente dal banco) e misure di spostamento nelle direzioni z e y acquisite mediante trasduttori di spostamento di tipo induttivo disposti lungo l'asse principale della scocca al fine di definire una ipotetica linea elastica nei piani xz e xy (figg. 6, 7). Dal punto di vista dello stato deformativo/tensionale si è dovuto definire una adeguata strumentazione di tipo estensimetrico. La disposizione dei trasduttori è stata scelta mediante una serie preliminare di analisi statiche FEA. Tale indagine ha consentito di individuare le zone maggiormente sollecitate e, quindi, più facilmente monitorabili. Le analisi strutturali sono state condotte sul modello di scocca non vincolato (utilizzando l'approccio definito come Inertia Relief) e caricato con l'insieme dei carichi e delle reazioni vincolari provenienti da significative simulazioni MBS. In particolare si sono



Fig.7 Trasduttori di spostamento in B

considerate le condizioni di massima sollecitazione delle analisi a 0.05 Hz (con ampiezza di sollecitazione  $\pm$  20 mm per quanto riguarda la direzione verticale), condotte su di un modello semplificato con scocca rigida. Si è così calcolata la distribuzione del campo di deformazione espresso in **D**e (m/m) che ha consentito di individuare le zone di massima deformazione e di valutarne la misurabilità (fig.8). La messa a punto della catena di misura è stata effettuata da *Elasis* posizionando i trasduttori di deformazione secondo le indicazioni fornite da questa





Fig.8 Distribuzione del campo di deformazione

Fig.9 Estensimetro in F e sua localizzazione nel modello multicorpo del veicolo con scocca flessibile

elaborazione preliminare. Le zone estensimetrizzate sono la traversa posteriore (E), la zona sede della molla (F) (fig.9), e la flangia di attacco al ponte torcente (G).

#### 5. VALIDAZIONE DEL MODELLO MBS

Successiva alla fase di sperimentazione è stata quella di validazione del modello MBS. Gli ingressi utilizzati per la esecuzione delle prove sperimentali sono stati opportunamente convertiti e forniti come input al banco prova virtuale consentendo un efficace confronto numerico/sperimentale. Tale attività di confronto ha permesso di validare dapprima le condizioni di vincolo esterno utilizzando come parametri guida le linee elastiche ricostruite nelle due direzioni di misura nei punti di acquisizione. Per quanto riguarda tali ricostruzioni va notato come la linea elastica numerica riportata in figura 11 è valutata anche in prossimità dei fissaggi scocca mentre quella sperimentale è stata assunta in quelle posizioni con valore nullo. Questa attività di confronto ha inoltre consentito di meglio definire tutta una serie di parametri strutturali associati ai componenti del veicolo quali ad esempio gli andamenti della rigidezza e dello smorzamento del sistema molla-ammortizzatore, funzione della corsa della ruota, definiti inizialmente mediante le sole indicazioni fornite dai costruttori. Va comunque sottolineato come siano state sufficienti modifiche di poca entità con variazioni percentuali inferiori al 3 % rispetto



Fig.10 Confronto numerico (– blu) / sperimentale (– rosso) dell'andamento forza z vs. spostamento z centro ruota (prova +/- 80 mm a 0.05 Hz)



Fig.12 Confronto numerico (– blu) / sperimentale (– rosso) dell'andamento z di D vs. spostamento z centro ruota (prova +/-30 mm a 2 Hz)



Fig.11 Confronto numerico (– blu) / sperimentale (– rosso) della linea elastica verticale (prova +/- 80 mm a 0.05 Hz)



Fig.13 Confronto numerico (– blu) / sperimentale (– rosso) dell'andamento z di B vs. spostamento z centro ruota (prova +/-20 mm a 4 Hz)

ai valori nominali. L'analisi sia delle linee elastiche che degli altri risultati (figg. 10-13) ha verificato la bontà del modello multicorpo attestando la capacità di modellare sia il comportamento statico che dinamico del sistema autoveicolo ed in particolare del modello modale di scocca confermando la capacità del criterio di sintesi utilizzato di modellare correttamente il comportamento elastico del componente anche in condizioni di sollecitazioni definibili come pseudo-statiche.

### 6. VALUTAZIONE DELLO STATO TENSIONALE E DEFORMATIVO

La fase conclusiva del lavoro è consistita, quindi, nella ricostruzione dello stato deformativo/tensionale della scocca e nella validazione della procedura mediante confronto numerico/sperimentale. La ricostruzione dello stato deformativo/tensionale è stata realizzata mediante *approccio modale* [2, 7].

#### 6.1 <u>Ricostruzione stato deformativo/tensionale mediante approccio modale</u>

E' noto che il campo di spostamenti di un corpo il vettore di deformazione e è ottenibile in generale per derivazione parziale del campo di spostamenti stesso [4] (4):

$$e = Lq + \overline{L}(q)q \tag{4}$$

con L e  $\overline{L}$  matrici dipendenti rispettivamente in maniera lineare e quadratica dalla funzione di forma F. Il vettore di tensione s è altresì ottenibile grazie alla legge di Hooke, rappresentabile attraverso la matrice H, ed assume la forma indicata dalla (5) per materiali elastici isotropi ed omogenei [4].

$$s = He + s^{n} \tag{5}$$

Ricordando quanto detto al punto 3.1, dalle precedenti relazioni si deduce la (6) la quale lega la funzione di forma espressa in termini di spostamento/rotazione con un altra espressa in termini di tensione/deformazione  $F^{s,e}$  mediante una matrice D che rappresenta niente altro che un operatore differenziale lineare:

$$F^{s,e}(c) = D \cdot F(c) \tag{6}$$

Risulta, quindi, immediato individuare una relazione che lega direttamente lo stato tensionale e deformativo alla combinazione della nuova funzione di forma con le stesse coordinate generalizzate q utilizzate per ricostruire il campo di spostamento del corpo.

Le tensioni sono quindi ottenibili mediante il cosiddetto *approccio modale* [2] come combinazione lineare secondo coefficienti noti di grandezze dipendenti dal tempo rappresentate dalle coordinate modali. L'utilizzo ulteriore della *Mode Component Synthesis* consente di ottenere le seguenti relazioni:

$$s = \overline{F}^{s,e} \cdot p \tag{7}$$

$$s = \widetilde{F}^{s,e} \cdot r = \overline{F}^{s,e} \cdot T \cdot r \tag{8}$$

nelle quali la matrice modale così sintetizzata, espressa in termini di tensione,  $\tilde{F}^{s,e}$  è ottenibile applicando la trasformazione T, utilizzata per ortonormalizzare i modi di spostamento, alla matrice delle forme tensionali  $\overline{F}^{s,e}$  corrispondente alla  $\overline{F}$  di Craig e Bampton (2).

#### 6.2 Analisi dei risultati e confronto numerico/sperimentale

Nell'ottica di definire una procedura generale da applicare su di un generico componente flessibile del veicolo utile a valutarne il danneggiamento ci si è preoccupati di definire tutti i link di tipo software tra i programmi commerciali utilizzati presso il centro ricerche ed in particolare MSC Adams (MBS), MSC Nastran (FEM) e nCode, quest'ultimo come software di valutazione del danneggiamento. In particolare si è sviluppata una metodologia di analisi FEM che consente di ottenere contemporaneamente sia il risultato modale utile alla generazione del modello modale classico sia le forme modali di tensione e deformazione necessarie a sviluppare la ricostruzione dello stato deformativo-tensionale. Quest'ultime ottenibili anche per un sottoinsieme di elementi. Questa catena consente agevolmente di generare i modelli modali, di realizzare le analisi MBS e di trasferire direttamente le informazioni modali ( $\overline{F}^{s,e}$ , p) al codice dedicato alla valutazione del danneggiamento.

Per quanto riguarda invece la fase di validazione della procedura mediante confronto numerico/sperimentale si sono utilizzati strumenti di calcolo sviluppati dagli autori in precedenti lavori [2, 3]; questi hanno permesso di valutare lo stato di tensione e deformazione nelle posizioni estensimetriche proiettando i relativi tensori nelle direzioni sperimentali di misura.







Fig.16 Confronto numerico (– blu) / sperimentale (– rosso) nel tempo delle deformazioni in F (prova +/- 80 mm a 0.05 Hz)



Fig.15 Confronto numerico (– blu) / sperimentale (– rosso) delle deformazioni in G vs. forza z centro ruota (prova +/- 80 mm



Fig.17 Confronto numerico (– blu) / sperimentale (– rosso) delle deformazioni in F vs. forza z centro ruota (prova +/- 80 mm a 0.05 Hz)

Quando gli elementi che giacciono in una determinata zona di rilevazione erano più di uno, è stato, inoltre, valutato l'andamento medio dei valori di deformazione ricavati. In figura 14 è riportato un esempio di rappresentazione dell'andamento delle deformazioni per un insieme di elementi sottostanti alla zona di misura G (– verde) confrontato con il loro andamento medio (– blu) e la misura sperimentale (– rosso). L'acquisizione sperimentale di tipo estensimetrico è stata effettuata conducendo le stesse prove realizzate per la validazione del modello MBS ma di durata ridotta. Quindi, è stato sufficiente estrarre dalle simulazioni MBS già condotte le coordinate lagrangiane del corpo flessibile per ottenere per sovrapposizione modale lo stato deformativo del componente. L'analisi dei risultati attesta l'estrema confidenza tra i risultati numerici e sperimentali come ben illustrato nelle figure 14-17.

# 7. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro si è sviluppata una procedura di ricostruzione dello stato deformativo/tensionale di un generico componente di autoveicolo mediante approccio di tipo modale ed utilizzo di codici commerciali di tipo multicorpo ed agli elementi finiti. Tale procedura, come dimostrano i risultati riportati nella memoria, consente di valutare già in fase di progettazione lo stato tensionale e deformativo di un componente meccanico con elevata accuratezza. E' importante sottolineare che tale obiettivo viene raggiunto intervenendo il meno sensibilmente possibile nelle procedure di sviluppo del progetto e sulle metodologie di modellazione consolidate presso il partner della ricerca.

I risultati ottenuti costituiscono il passaggio preliminare all'attività di ricerca che sta iniziando e che avrà come obiettivo l'utilizzo della suddetta procedura per la valutazione a calcolo del danneggiamento a fatica di componenti automobilistici.

### RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia il centro ricerche *Elasis* per aver concesso la pubblicazione dei primi risultati della presente attività di ricerca.

# BIBLIOGRAFIA

- C. Braccesi, F. Cianetti, "An interaction model between flexible structures and piezoelements useful in multibody modeling", *Journal of Multi-body Dynamics*, Vol.215, n.K4, 2001, pp.207-217;
- [2] F. Ambrogi, C. Braccesi, F. Cianetti, "Valutazione dello stato tensionale di elementi strutturali mediante sintesi modale", *Atti del XXIX Convegno Nazionale AIAS*, Lucca, 2000;
- [3] C. Braccesi, F. Cianetti, "Analisi di affidabilità di un componente meccanico", *Atti del XXX Convegno Nazionale AIAS*, Alghero, 2001;
- [4] A.A. Shabana, "Dynamics of multibody systems", John Wiley & Sons, 1998;
- [5] R.R. Craig, M.C.C. Bampton, "Coupling of substructures for dynamic analyses", *AIAA Journal*, Vol.6, n.7, 1968;
- [6] J.T. Spanos, W.S. Tsuha, "Selection of component modes for flexible multibody simulation", *AAS/AIAA Astrodynamics specialist conference*, Stowe, VT, 1989;
- [7] N.W.M. Bishop, F. Sherratt, "Finite element based fatigue calculations ", NAFEMS Ltd, 2000.